

BAYERISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR UNTERRICHT UND KULTUS

Lehrpläne für die Berufsoberschule

Unterrichtsfach: Mathematik - Technik

Jahrgangsstufen 12 und 13

Die Lehrpläne wurden mit KMBek vom 5. August 2003 Nr. VII.7-5 S 9410WI-6-7.66823 in Kraft gesetzt.

Die Lehrpläne der Vorstufe treten zum Beginn des Schuljahres 2003/04 in Kraft, die Lehrpläne für die Jahrgangsstufen 12 zum Beginn des Schuljahres 2004/05, die Lehrpläne für die Jahrgangsstufen 13 zum Beginn des Schuljahres 2005/06. Sie ersetzen die bisher gültigen Lehrpläne.

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
EINFÜHRUNG	
1 Vorbemerkung zum Aufbau und zur Verbindlichkeit der Lehrpläne	1
2 Schulartprofil Berufsoberschule	2
3 Stundentafel	3
4 Übersicht über die Fächer und Lerngebiete	3
LEHRPLÄNE	
Mathematik – Technik	5
ANLAGE	
Mitglieder der Lehrplankommission	26

EINFÜHRUNG

1 Vorbemerkung zum Aufbau und zur Verbindlichkeit der Lehrpläne

Die folgenden Lehrpläne beschreiben die Bildungs- und Erziehungsaufgaben der Berufsoberschule auf drei Ebenen.

Die erste Ebene umfasst das **Schulartprofil** und erläutert den Bildungsauftrag der Schulart allgemein. Die zweite Ebene ist die der **Fachprofile**. Das Fachprofil charakterisiert den Unterricht eines bestimmten Fachs im Ganzen, indem es übergeordnete Ziele beschreibt, didaktische Entscheidungen begründet und fachlich-organisatorische Hinweise (z. B. auf fachübergreifenden Unterricht) gibt. Die **Fachlehrpläne** bilden die dritte Ebene. Sie enthalten jeweils eine Übersicht über die Lerngebiete sowie eine nach Jahrgangsstufen geordnete Darstellung der Lernziele, Lerninhalte und Hinweise zum Unterricht.

Die **Lernziele** geben Auskunft über die Art der personalen Entwicklung, die bei den Schülerinnen und Schülern gefördert wird. Die Lernziele sind frei formuliert. Die jeweils gewählte Formulierung will deutlich machen, mit welchen der vier didaktischen Schwerpunkte – Wissen, Können und Anwenden, produktives Denken und Gestalten sowie Wertorientierung – die beschriebenen Entwicklungsprozesse in Verbindung stehen. Den Lernzielen sind **Lerninhalte** zugeordnet. Diese stellen die fachspezifischen Lerngegenstände des Unterrichts dar.

Die in den drei Lehrplanebenen aufgeführten Ziele und Inhalte bilden zusammen mit fächerübergreifenden Bildungs- und Erziehungsaufgaben¹, den einschlägigen Artikeln des Grundgesetzes für die Bundesrepublik Deutschland, der Verfassung des Freistaates Bayern und des Bayerischen Gesetzes über das Erziehungs- und Unterrichtswesen die verbindliche Grundlage für den Unterricht und die Erziehungsarbeit.

Die Fachlehrpläne stellen Lernziele und Lerninhalte systematisch dar. Ihre konkrete Abfolge im Unterricht ergibt sich aus dem jeweiligen Unterrichtsgegenstand, für den u. U. verschiedene Lernziele des Lehrplans kombiniert werden, aus der gewählten Unterrichtsmethode und der Absprache der Lehrkräfte.

Die **Hinweise zum Unterricht** sowie die Zeitrichtwerte dienen der Orientierung oder Abgrenzung und sind nicht verbindlich. Die Freiheit der Methodenwahl im Rahmen der durch die Lernziele ausgedrückten didaktischen Absichten ist dadurch nicht eingeschränkt. Die Lehrpläne sind grundsätzlich so angelegt, dass ein ausreichender pädagogischer Freiraum bleibt, damit spezifische Interessen der Schülerinnen und Schüler, aktuelle Themen sowie öffentliche bzw. regionale Gegebenheiten aufgegriffen werden können.

¹ Z. B. dargestellt in: Staatsinstitut für Schulpädagogik und Bildungsforschung, Abt. Berufliche Schulen (Hrsg.), *Bildungs- und Erziehungsaufgaben an Berufsschulen und Berufsfachschulen*, München 1996

2 Schultypprofil

Die Berufsoberschule führt Schülerinnen und Schüler mit mittlerem Schulabschluss und Berufsausbildung oder einschlägiger Berufserfahrung in zwei Jahren zur fachgebundenen Hochschulreife, mit dem Nachweis ausreichender Kenntnisse in einer zweiten Fremdsprache (auf dem Niveau der 10. Klasse des Gymnasiums) zur allgemeinen Hochschulreife. Durch die erfolgreiche Teilnahme an der fakultativen Fachhochschulreifeprüfung können sie nach einem Jahr die Fachhochschulreife erwerben. Entsprechend ihrer beruflichen Qualifikation werden die Schülerinnen und Schüler vier Ausbildungsrichtungen zugeordnet: Technik, Wirtschaft, Sozialwesen, Agrarwirtschaft.

Zum Erwerb der Studierfähigkeit werden die Schülerinnen und Schüler in die Lage versetzt, anspruchsvolle theoretische Erkenntnisse nachzuvollziehen, komplizierte Zusammenhänge zu durchschauen und verständlich darzustellen. Die Schülerinnen und Schüler erwerben hohe kommunikative Kompetenz in der deutschen Sprache, entwickeln ein hohes Sprach- und Literaturverständnis und beherrschen eine Fremdsprache auf anspruchsvollem Niveau. Sie besitzen geschichtliches Bewusstsein und soziale Reife und gehen sicher mit komplexen mathematischen und naturwissenschaftlichen Problemen um. Komplexe moderne Informations- und Kommunikationsmittel nutzen sie kompetent und verantwortungsvoll. Die Schüler und Schülerinnen sind in der Lage, sich mit tiefer gehenden Problemstellungen der jeweiligen Fächer auseinander zu setzen.

Der Unterricht greift die im Berufsleben erworbenen Kenntnisse, Fähigkeiten und Erfahrungen der jungen Erwachsenen auf und erweitert sie – bestehende Unterschiede ausgleichend – gemäß den Bildungszielen der Schulart. Die Lehrkräfte geben den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit, im fächerübergreifenden und projektorientierten Arbeiten die bereits erworbenen Arbeitstugenden zu entfalten. Die Schülerinnen und Schüler werden zum selbstständigen Wissenserwerb und zum eigenständigen Urteilen angeleitet. Dies verlangt eigenverantwortliches Lösen komplexer Aufgaben und fördert dadurch Flexibilität und Kreativität. Die Schülerinnen und Schüler bauen ihre fachlichen Kompetenzen aus, entwickeln ein umfassendes Problembewusstsein sowie Einstellungen und Haltungen, die auf verantwortliches Handeln in der Gemeinschaft ausgerichtet sind.

Die Verwirklichung der Bildungsziele setzt bei den Schülerinnen und Schülern grundlegende Kenntnisse in den Fächern der jeweiligen Ausbildungsrichtung voraus. Für einen erfolgreichen Schulabschluss sind eine hohe Bereitschaft, sich auf geistige und ethische Herausforderungen einzulassen, eine hohe Lernmotivation, große Ausdauer, geistige Beweglichkeit und die Fähigkeit, selbstständig und mit anderen zu arbeiten, notwendig.

3 Stundentafel

Den Lehrplänen liegt die Stundentafel der Schulordnung für die Berufsoberschulen in Bayern (BOSO) in der jeweils gültigen Fassung zugrunde.

4 Übersicht über die Lerngebiete

Die Zahlen in Klammern geben Zeitrichtwerte an, d. h. die für das betreffende Lerngebiet empfohlene Zahl von Unterrichtsstunden.

Jahrgangsstufe 12

Analysis

12.1 Grundbegriffe bei reellen Funktionen	(38)
12.2 Grenzwert und Stetigkeit	(16)
12.3 Differenzialrechnung	(34)
12.4 Integralrechnung	(14)
12.5 Exponential- und Logarithmusfunktionen	(14)
12.6 Anwendung der Differenzial- und Integralrechnung	(48)

Lineare Algebra und Analytische Geometrie

12.7 Vektoren im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3	(9)
12.8 Lineare Unabhängigkeit von Vektoren im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3 , lineare Gleichungssysteme	(16)
12.9 Produkte von Vektoren	(15)
12.10 Geometrische Anwendungen	<u>(27)</u>
	231

Jahrgangsstufe 13**Analysis**

13.1	Umkehrfunktionen	(13)
13.2	Arcusfunktionen	(25)
13.3	Vertiefung des Integralbegriffs	(10)
13.4	Integrationsverfahren	(18)
13.5	Anwendung der Differenzial- und Integralrechnung	(30)
13.6	Gewöhnliche Differenzialgleichungen	(29)

Stochastik

13.7	Zufallsexperiment und Ereignis	(15)
13.8	Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	(12)
13.9	Berechnung von Wahrscheinlichkeiten	(18)
13.10	Unabhängigkeit von Ereignissen	(6)
13.11	Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsverteilung	(18)
13.12	Normalverteilung, Näherungsformel für die Binomialverteilung	(19)
13.13	Testen von Hypothesen	<u>(18)</u>
		231

LEHRPLÄNE**MATHEMATIK**

Fachprofil: Die Mathematik hat ihren Ursprung im Interesse der Menschen, Dinge der Erfahrungswelt und ihre gegenseitigen Beziehungen quantitativ zu erfassen. Zählen, Messen, Simulieren, Rechnen und Berechnen, Zeichnen und Konstruieren sind für planendes Handeln von großer Bedeutung. Im Zusammenspiel mit den Erfahrungswissenschaften und der Technik ergeben sich für alle Bereiche vertiefte Einsichten. Die Mathematik ist heute ein weit verzweigtes Gebiet, das umfangreiches Wissen und vielfältige Verfahren bereitstellt. Damit trägt sie zur wissenschaftlichen Erschließung unserer Wirklichkeit und zur Ausgestaltung unseres technischen Umfeldes entscheidend bei.

Ziel des Mathematikunterrichts ist es, den Schülerinnen und Schülern die Welt der Mathematik näher zu bringen und ihnen die nötigen Kenntnisse und Arbeitsweisen zu vermitteln, um Zusammenhänge mathematisch erschließen zu können. Der Unterricht macht mit einigen grundlegenden Ideen und Formen mathematischer Betrachtung und Tätigkeit vertraut. Die Schülerinnen und Schüler erfahren dabei eine intensive Schulung des Denkens: Die Entwicklung klarer Begriffe und Vorstellungen, eine folgerichtige Gedankenführung und systematisches induktives oder deduktives Vorgehen sind typische Erfordernisse und Kennzeichen mathematischen Arbeitens. Entsprechende Fähigkeiten auszubilden ist eine durchgängige Aufgabe im Mathematikunterricht und bringt Gewinn über das mathematische Fachgebiet hinaus.

Ein weiteres Unterrichtsziel ist der sorgfältige Gebrauch der Sprache: Eindeutigkeit, Widerspruchsfreiheit und Vollständigkeit bei der Verbalisierung mathematischer Sachverhalte sind für deren gedankliche Durchdringung unerlässlich.

Zunehmend von Bedeutung ist die Mathematik für viele Anwendungsgebiete, besonders für alle Naturwissenschaften, die Technik und die Wirtschaft. An geeigneten Aufgaben und Projekten aus den Bereichen Technik und Wirtschaft sowie den Fächern Physik, Chemie und Informatik lernen die Schülerinnen und Schüler, Sachzusammenhänge mathematisch zu erfassen, entsprechende Modellvorstellungen zu entwickeln und ggf. mit geeigneten informationstechnischen Werkzeugen zu behandeln. Damit will der Mathematikunterricht in der beruflichen Oberstufe den Schülerinnen und Schülern in ausreichendem Maß die für Studium und Beruf notwendigen Voraussetzungen vermitteln. Der grundbildende Aspekt der Mathematik steht dabei im Vordergrund.

Jahrgangsstufe 12

Lerngebiete:	Analysis	
12.1	Grundbegriffe bei reellen Funktionen	38 Std.
12.2	Grenzwert und Stetigkeit	16 Std.
12.3	Differenzialrechnung	34 Std.
12.4	Integralrechnung	14 Std.
12.5	Exponential- und Logarithmusfunktionen	14 Std.
12.6	Anwendung der Differenzial- und Integralrechnung	48 Std.
	Lineare Algebra und Analytische Geometrie	
12.7	Vektoren im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3	9 Std.
12.8	Lineare Unabhängigkeit von Vektoren im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3 , lineare Gleichungssysteme	16 Std.
12.9	Produkte von Vektoren	15 Std.
12.10	Geometrische Anwendungen	<u>27 Std.</u>
		231 Std.

LERNZIELE

LERNINHALTE

HINWEISE ZUM UNTERRICHT

Analysis

12.1 Grundbegriffe bei reellen Funktionen		38 Std.
12.1.1 Ganzrationale Funktionen		
Die Schülerinnen und Schüler sollen anhand der ganzrationalen Funktionen grundlegende Begriffe zu Funktionen teils	Zahlenmengen \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} und ihre Eigenschaften	Auf die unterschiedliche Verwendung des Symbols \mathbb{N} soll hingewiesen werden. Unterscheidung zwischen exakter und näherungsweiser

wiederholen, teils neu erarbeiten. Dabei lernen sie, Termumformungen sicher zu beherrschen. Die Schülerinnen und Schüler lernen bereits hier Beispiele für anwendungsorientierte Aufgaben kennen. Von Anfang an wird auf die korrekte Verwendung der Fachterminologie geachtet.

Reelle Funktionen:

Abbildungsvorschrift, Funktionsterm, Funktionsgleichung, Definitions- und Wertemenge, Funktionsgraph

Symmetrie, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen

Angabe einer reellen Zahl

Nur Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Ursprung behandeln
Bei Symmetrieuntersuchungen auf die Definitionsmenge achten

Ganzrationale Funktionen und Funktionenscharen:

- einfache und mehrfache Nullstellen
- Faktorisierung des Funktionsterms
- Gleichungen n-ten Grades
- Polynomdivision ohne Rest
- Substitution
- Schnittpunkte von Funktionsgraphen

Lösen von linearen und quadratischen Gleichungen und Ungleichungen, auch mit Parameter
Vorzeichentabellen

Veranschaulichung von Kurvenscharen
Anwendungsorientierte Aufgaben

Computereinsatz
Z. B. Stromtariffunktion, Kostenfunktion, Erlösfunktion,
Beispiele aus Naturwissenschaft und Technik
Aufstellen eines Funktionsterms aus Wertepaaren im Sachzusammenhang

12.1.2 Verknüpfung von Funktionen

Die Schülerinnen und Schüler lernen Möglichkeiten kennen, Funktionen miteinander zu verknüpfen. Die Untersuchung abschnittsweise definierter Funktionen erfordert den sicheren Umgang mit den bisher erlernten Methoden.

Verknüpfung von Funktionen: Summe, Differenz, Produkt, Quotient und Verkettung

Abschnittsweise definierte Funktionen

Betragsfunktion

Anwendungsbeispiele: Einkommensteuerfunktion, Telefongebührenfunktion, geeignete Bewegungsvorgänge aus der Physik

Verknüpfung von linearen Funktionen mit einer Betragsfunktion

$$\text{Z. B. } f(x) = |2x - 1| + x \quad \text{oder} \quad f(x) = \frac{|x|}{x + 1}$$

12.1.3 Gebrochen-rationale Funktionen

Die Schülerinnen und Schüler lernen die gebrochen-rationale Funktionen kennen und üben sich darin, Eigenschaften solcher Funktionen zu bestimmen. Asymptoten werden als wichtiges Hilfsmittel zum Zeichnen der Funktionsgraphen erkannt. Auch die Arbeit mit einem Parameter soll hier an einfachen Beispielen fortgeführt werden.

Echt und unecht gebrochen-rationale Funktionen

Eigenschaften von $f: x \mapsto x^{-n}$ mit $n \in \mathbb{N}$ ansprechen
Lösen von Bruchgleichungen und Bruchungleichungen

Verhalten der Funktionswerte in der Umgebung einer Definitionslücke und für $x \rightarrow \pm\infty$

Unendlichkeitsstelle und stetig behebbar Defini-
tionslücke, stetige Fortsetzung

Unendlichkeitsstellen mit und ohne Vorzeichenwechsel unterscheiden
Die Bezeichnung „stetig behebbar“ wird hier anschaulich verwendet.

Polynomdivision mit Rest
Asymptoten

Auf Schnittpunkte mit Asymptoten eingehen

12.1.4 Sinus- und Kosinusfunktion

Die Schülerinnen und Schüler lernen die grundlegenden Eigenschaften der Sinus- und Kosinusfunktion kennen.

Graph, Nullstellen, Periodizität und Symmetrie
von $x \mapsto a \cdot \sin(bx + c)$
sowie $x \mapsto a \cdot \cos(bx + c)$

12.2 Grenzwert und Stetigkeit

16 Std.

12.2.1 Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten und verdeutlichen sich eine Definition des fundamentalen Begriffs Grenzwert an verschiedenen Beispielen.

Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow \pm\infty$ bzw.
 $x \rightarrow x_0$
Divergenz

12.2.2 Die Schülerinnen und Schüler er-

Grenzwertsätze für Summe, Differenz, Produkt Es genügt, die Grenzwertsätze plausibel zu machen.

fahren, dass die Anwendung der Grenzwertsätze die rechnerischen Untersuchungen erleichtert. Sie gewinnen Sicherheit in der Bestimmung von Grenzwerten.	und Quotient von Funktionen	Anwendung vor allem bei gebrochen-rationalen Funktionen	
12.2.3 Die Schülerinnen und Schüler erfassen den Begriff Stetigkeit einer Funktion an einer Stelle sowie im Intervall und können Stetigkeitsuntersuchungen an unterschiedlichen Funktionen durchführen.	Untersuchung einer Funktion auf Stetigkeit an einer Stelle	Stetigkeit in einem Intervall	Es sollen auch globale Aussagen über die Stetigkeit von Funktionsklassen in Intervallen formuliert werden. Bei abschnittsweise definierten Funktionen kann auf Parameter verzichtet werden.
12.2.4 Die Schülerinnen und Schüler lernen Eigenschaften stetiger Funktionen auf abgeschlossenen Intervallen kennen.	Zwischenwertsatz Nullstellensatz Extremwertsatz	Die Sätze werden anschaulich vermittelt. Numerische Methoden zur Nullstellenermittlung sollen an konkreten Beispielen durchgeführt werden, z. B. Intervallhalbierungsverfahren, Sekantenverfahren. Hierbei eignet sich der Einsatz von Computerprogrammen.	
12.3 Differenzialrechnung		34 Std.	
12.3.1 Anhand einfacher Funktionen erfahren die Schülerinnen und Schüler die Grundbegriffe der Differenzialrechnung. Sie üben sich darin zu untersuchen, ob eine Funktion an einer Stelle differenzierbar ist und welchen Wert die Ableitung hat. Sie erlernen das Aufstellen der Gleichungen von Tangente und Normale im Punkt eines Graphen und lernen den Begriff der Ableitungsfunktion kennen. Neben der geometrischen Betrachtung (Sekan-	Differenzenquotient Differenzialquotient Differenzierbarkeit Ableitung einer Funktion an einer Stelle Bestimmung der Ableitungsfunktionen für $f(x) = c$, $f(x) = x^n$ mit $n \in \mathbb{N}$ und $f(x) = \frac{1}{x}$ unter Verwendung des Differenzenquotienten Tangente und Normale Unterschiedliche Schreibweisen:	Es sollen keine abschnittsweise definierten Funktionen mit dem Differenzenquotienten untersucht werden.	

te, Tangente) erkennen sie die Ableitung als lokale Änderungsrate einer physikalischen Größe.	$\dot{f}(t), \frac{df(x)}{dx}, f'(x)$	Geschwindigkeitsfunktion als Ableitungsfunktion der Ortsfunktion	Die Bedeutung der Ableitung als lokale Änderungsrate einer Größe lässt sich u. a. durch folgende Beispiele verdeutlichen:
			Momentangeschwindigkeit $v(t) = \dot{s}(t)$
			Momentanbeschleunigung $a(t) = \dot{v}(t)$
			Leistung $P(t) = \dot{E}(t)$
			Kraft $F(t) = \dot{p}(t)$
		Zusammenhang zwischen den Graphen von Funktion und Ableitungsfunktion	Strom $I(t) = \dot{Q}(t)$ (Erweiterung der Physik der Mittelstufe) Durch Darstellung der Graphen von Funktion und Ableitungsfunktion mit Hilfe des Computers kann die Änderung einzelner Parameter und deren Auswirkung anschaulich gemacht werden.
12.3.2 Die Schülerinnen und Schüler lernen die Ableitungsregeln kennen und gewinnen Sicherheit in ihrer Anwendung.	Ableitung einer Funktion mit konstantem Faktor Summenregel Produktregel Quotientenregel Kettenregel Ableitung der Polynomfunktionen und der gebrochen-rationalen Funktionen Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion		Anwendung aus der Physik: harmonische Schwingung
12.3.3 Die Schülerinnen und Schüler erkennen den Zusammenhang zwischen Stetigkeit und Differenzierbarkeit einer Funktion.	Stetigkeit als notwendige Voraussetzung für Differenzierbarkeit Ableitung von abschnittsweise definierten Funktionen ohne Parameter		Die Existenz von $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x)$ ist hinreichend für die Differenzierbarkeit einer stetigen Funktion an der Stelle x_0 . Zusammengesetzte Bewegungsvorgänge aus der Physik

<p>12.3.4 Zunächst vergleichen die Schülerinnen und Schüler die Funktionseigenschaften „streng monoton zunehmend (abnehmend) in einem Intervall“ und „positive (negative) Ableitung in einem Intervall“ miteinander und grenzen diese gegeneinander ab.</p>	<p>Monotoniedefinition Monotoniekriterium Bestimmung der maximalen Intervalle in der Definitionsmenge, in denen ein Graph streng monoton steigt bzw. fällt</p>	<p>Beispiele für Probleme bei Monotonieuntersuchungen: Trotz negativer Ableitung ist die Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ nicht in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, sondern in \mathbb{R}^- sowie in \mathbb{R}^+ streng monoton abnehmend. Die Funktion $f: x \mapsto x^3$ ist in \mathbb{R} streng monoton zunehmend, obwohl $f'(0) = 0$ gilt. Anwendungen: z. B. Anstieg der Lebenshaltungskosten</p>
<p>12.3.5 Die Schülerinnen und Schüler erfahren, dass zwischen den Funktionen f' und f'' ein analoger Zusammenhang besteht wie zwischen den Funktionen f und f', und erkennen die Bedeutung des Vorzeichens von $f''(x)$ für den Verlauf des Graphen von f.</p>	<p>Links- und Rechtskrümmung Maximale Intervalle in der Definitionsmenge, in denen der Graph links- bzw. rechtskrümmt ist Zusammenhang zwischen den Graphen von $s(t)$ und $a(t)$ bei beschleunigten Bewegungen</p>	<p>Interpretation der positiven bzw. negativen zweiten Ableitung als Zunahme bzw. Abnahme der Steigung eines Funktionsgraphen Anwendungen: z. B. Verminderung des Anstiegs der Lebenshaltungskosten $a(t) = \frac{d^2 s}{dt^2}(t)$</p>
<p>12.3.6 Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten Kriterien für die Extrempunkte eines Graphen und deren Art sowie Kriterien für Wendepunkte und Terrassenpunkte.</p>	<p>Definition des Begriffes „Extrempunkt“ ohne Voraussetzung der Differenzierbarkeit Hinreichendes Kriterium für Extrempunkte bei einmal bzw. mindestens zweimal differenzierbaren Funktionen Wendestellen als eigentliche Extremstellen von f' Hinreichendes Kriterium für Wendepunkte bei zweimal bzw. mindestens dreimal differenzierbaren Funktionen.</p>	

Randextrema, absolute Extrema

12.4 Integralrechnung

14 Std.

Die Schülerinnen und Schüler lernen, Stammfunktionen von Funktionen zu finden, und berechnen damit bestimmte Integrale.

Stammfunktion einer Funktion
 Unbestimmtes Integral
 Stammfunktionen von:
 $f(x) = x^m$ mit $m \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$
 $f(x) = \sin(x)$, $f(x) = \cos(x)$
 $f(x) = g(ax+b)$ mit geeigneter Funktion g
 Definition und Eigenschaften des bestimmten Integrals
 Deutung des bestimmten Integrals als Flächenbilanz
 Berechnung von bestimmten Integralen und Flächeninhalten auch mit Parameter

Die Ermittlung einer Stammfunktion wird auf ein Intervall beschränkt.
 Der Zusammenhang zwischen Differenzial- und Integralrechnung kann über die Ableitung der Flächenfunktion plausibel gemacht werden.

Anwendung des Integrals in der Physik

$s = \int v dt$, Arbeit im Radialfeld

Mittelwerte, z. B. mittlere Tagestemperatur bei bekannte Temperaturfunktion oder Effektivwert bei sinusförmiger Wechselspannung

12.5 Exponential- und Logarithmusfunktionen

14 Std.

12.5.1 Die Schülerinnen und Schüler lernen die Exponential- und Logarithmusfunktionen kennen. Zum Lösen entsprechender Gleichungen werden die Potenz- und Logarithmusgesetze angewendet. Anhand charakteristischer Anwendungsbeispiele entwickeln sie ein Bewusstsein für die Bedeutung dieser Funktionen.

Exponentialfunktionen mit Basis $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$
 Eigenschaften der Funktionsgraphen
 Exponentielles Wachstum und exponentielle Abnahme
 Logarithmusfunktionen als Umkehrfunktionen der Exponentialfunktionen
 Logarithmusgesetze, Basisumrechnung

Als Anwendung eignen sich: Kapitalmehrung, radioaktiver Zerfall, Bevölkerungswachstum, Lautstärkemessung Bierschaumzerfall etc.

s. a. Technologie, logarithmische Darstellung

Eigenschaften der Funktionsgraphen

12.5.2 Die Schülerinnen und Schüler lernen die Exponentialfunktion mit Basis e sowie die natürliche Logarithmusfunktion und deren Ableitungen kennen. Sie erwerben die Fähigkeit, Integrale zu berechnen, die mit der Exponentialfunktion oder der Logarithmusfunktion in Zusammenhang stehen.	<p>Exponentialfunktion mit Basis e Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion Logarithmusfunktion mit Basis e</p> <p>Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion Bestimmung von $\int e^{ax+b} dx$ durch Umkehrung der Kettenregel</p> <p>Berechnung von Integralen unter Verwendung von $\int \frac{1}{ax+b} dx$</p>	<p>Darstellung von e als Grenzwert von $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ für $n \rightarrow \infty$</p> <p>Die Methode, die Ableitung einer Funktion durch die Ableitung ihrer Umkehrfunktion zu gewinnen, wird exemplarisch vorgestellt.</p> <p>Beispiele auch der Form: $\int \frac{ax^2 + bx + c}{x^2} dx$ und $\int \frac{ax^2 + bx + c}{mx + t} dx$</p>
12.6 Anwendung der Differenzial- und Integralrechnung		48 Std.
12.6.1 Die Schülerinnen und Schüler erfahren, dass die Regeln von de L'Hospital geeignet sind, das Berechnen von Grenzwerten zu erleichtern.	Regeln von de L'Hospital	Es genügt, die Regeln plausibel zu machen und sich auf die Fälle „ $\frac{0}{0}$ “, „ $\frac{\infty}{\infty}$ “ und „ $0 \cdot \infty$ “ zu beschränken.
12.6.2 Die Schülerinnen und Schüler gewinnen Sicherheit in der Kurvendiskussion ganzrationaler und gebrochen-rationaler Funktionen. Sie lernen, ihr erworbenes Wissen zur Kurvendiskussion auf Funktionen anzuwenden, die Exponential- und Logarithmusfunktionen oder trigonometrische Funktionen ent-	<p>Kurvendiskussion von</p> <ul style="list-style-type: none"> – ganzrationalen und gebrochen-rationalen Funktionen und einparametrischen Funktionscharen – einfachen Funktionen, die als Produkt, Quotient, Summe oder Verkettung von Exponential-, Logarithmus- und Polynom- 	<p>Der Einfluss eines Scharparameters auf den Verlauf des Graphen kann mit Computerprogrammen veranschaulicht werden.</p> <p>Zähler- und Nennerpolynom sollten hier höchstens Grad 2 haben.</p> <p>Beschränkung auf einfache Funktionstypen ohne Parameter</p>

halten.	<p>funktionen entstehen</p> <ul style="list-style-type: none"> – trigonometrischen Funktionen des Typs $f : x \mapsto a \cdot \sin(bx + c)$ <p>Aufstellen eines Funktionsterms aus vorgegebenen Eigenschaften Flächenberechnungen mit Hilfe des bestimmten Integrals</p>	
12.6.3 Die Schülerinnen und Schüler lernen das Newton-verfahren als leistungsfähiges Instrument zur näherungsweise Lösung von Gleichungen kennen und erfahren, dass es sich bei verschiedenartigen Fragestellungen einsetzen lässt.	Newton-Verfahren zur näherungsweisen Bestimmung der Lösung einer Gleichung	<p>Neben der Nullstellenbestimmung sollen auch Schnittpunkte und Extremwertaufgaben mit Hilfe des Newton-verfahrens gelöst werden. Die Grenzen der Anwendbarkeit können exemplarisch aufgezeigt werden.</p>
12.6.4 Die Schülerinnen und Schüler wenden ihre Erkenntnisse auf Fragestellungen aus Naturwissenschaft, Technik, Wirtschaft usw. an.	<p>Anwendung der behandelten Funktionstypen zur modellhaften Beschreibung realer Vorgänge</p> <p>Optimierungsaufgaben auch aus Anwendungsgebieten</p>	<p>Beispiele: Zeit-Weg-Funktionen bei beschleunigten Bewegungen, Abbildungsgleichung, Innenwiderstand bei Spannungsquellen, Wachstums- und Zerfallsprozesse, Einschalt- und Ausschaltvorgänge, Schwingungsgleichungen, Effektivleistung, Dosenabmessungen bei vorgegebenem Volumen und minimaler Oberfläche, s. a. Technologie</p>

Lineare Algebra und Analytische Geometrie

12.7 Vektoren im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3

9 Stc

Anknüpfend an den anschaulichen Vektorbegriff der Mittelstufe lernen die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe der Deutung eines Vektors als Translation die Darstellung von Vektoren in einem kartesischen Koordinatensystem der Ebene oder des Raumes kennen.

Durch die Verkettung von Translationen wird die Vektoraddition und die S-Multiplikation einsichtig.

Die Schülerinnen und Schüler lernen, mit Hilfe der Addition und S-Multiplikation in Koordinatenschreibweise mit Vektoren zu rechnen.

Geometrischer Vektor als Menge aller parallelen Pfeile

Repräsentant eines Vektors

Nullvektor, Gegenvektor

Addition von Vektoren und S-Multiplikation und deren Rechengesetze

Punkte und Ortsvektoren, Koordinatensysteme, Koordinaten

Addition und S-Multiplikation in Koordinatenschreibweise

Vektorielle Größen der Physik

Auf die axiomatische Behandlung des Vektorraums wird verzichtet.

Unterscheidung zwischen Punkten und Vektoren

12.8 Lineare Unabhängigkeit von Vektoren im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3 , lineare Gleichungssysteme

16 Stc

Die Schülerinnen und Schüler lernen, dass die Verbindung von Addition und S-Multiplikation zur Linearkombination von Vektoren führt. Der Versuch einen Vektor als Linearkombination von Vektoren zu schreiben, führt sie zu einem linearen Gleichungssystem. Die Schülerinnen und

Linearkombination von Vektoren

Produkt aus einer Matrix und einem Vektor

Gauß-Algorithmus

Lösbarkeit eines linearen Gleichungssystems, Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren

Basis und Dimension eines reellen Vektor-

Deutung der Gleichungen des Systems als Koordinatengleichungen einer Vektorgleichung

Über- und unterbestimmtes System

Kollineare, komplanare Vektoren

Keine Berechnung von Teilverhältnissen

Schüler lösen das lineare Gleichungssystem und lernen das Gauß-Eliminationsverfahren als leistungsfähige Lösungsmethode kennen. Die eindeutige Darstellbarkeit eines Vektors als Linearkombination führt sie dann zur Definition der linearen Unabhängigkeit von Vektoren und zu den Begriffen der Basis und Dimension eines Vektorraums.

raums

Koordinaten eines Vektors bezüglich einer beliebigen Basis

Anwendungsaufgaben zu linearen Gleichungssystemen mit höchstens vier Unbekannten

Lineare Gleichungssysteme werden auch zum Aufstellen von Funktionsgleichungen in der Analysis verwendet.

12.9 Produkte von Vektoren

15 St

Die Schülerinnen und Schüler lernen, mit Hilfe des Skalarprodukts Längen- und Winkelberechnungen durchzuführen. Das Vektorprodukt wird von ihnen als Rechenoperation erkannt, die im Gegensatz zum Skalarprodukt zwei Vektoren wieder einen Vektor zuordnet. Sie lernen, das Vektorprodukt bei Flächen- und Volumenberechnungen anzuwenden.

Skalarprodukt zweier Vektoren

Rechengesetze

Längen- und Winkelberechnungen:

- Betrag eines Vektors
- Entfernung zweier Punkte
- Winkel zwischen zwei Vektoren
- orthogonale Vektoren

Vektorprodukt zweier Vektoren im \mathbb{R}^3

Rechengesetze

Normalenvektor

Flächen- und Volumenberechnungen

Hinführung über den Arbeitsbegriff der Physik, weitere Anwendung: $P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$

Anwendungen in der Physik, z. B. Lorentzkraft

12.10 Geometrische Anwendungen

27 St

Die Schülerinnen und Schüler lernen, dass sich Geraden und Ebenen auf verschiedene Weisen durch Gleichungen beschreiben lassen. Sie untersuchen rechnerisch die Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und

Gerade und Ebene als Punktmengen:

- vektorielle Parameterform
- Normalenform
- besondere Lage im Koordinatensystem

Geometrische Deutung von linearen Gleichungssystemen

Computereinsatz zur Veranschaulichung von Geraden und Ebenen im \mathbb{R}^3

Auf die Hesse-Normalenform wird verzichtet. Spurpunkte und Spurgeraden

Ebenen und ermitteln die Koordinaten von Schnittpunkten bzw. Gleichungen von Schnittgeraden.

Sie lernen, sich die gegenseitige räumliche Lage der geometrischen Objekte vorzustellen, in Skizzen darzustellen und Abstände und Schnittwinkel zu berechnen.

Lagebeziehung von Punkten, Geraden, Ebenen
Schnittpunkt, Schnittgerade, Schnittwinkel

Lotgerade, Lotebene, Lotfußpunkt
Spiegelpunkt

Damit lassen sich auch Abstände berechnen.
Auf die Berechnung des Abstandes windschiefer Geraden wird verzichtet.

MATHEMATIK

Jahrgangsstufe 13

Lerngebiete: **Analysis**

13.1	Umkehrfunktionen	13 Std.
13.2	Arcusfunktionen	25 Std.
13.3	Vertiefung des Integralbegriffs	10 Std.
13.4	Integrationsverfahren	18 Std.
13.5	Anwendung der Differenzial- und Integralrechnung	30 Std.
13.6	Gewöhnliche Differenzialgleichungen	29 Std.

Stochastik

13.7	Zufallsexperiment und Ereignis	15 Std.
13.8	Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	12 Std.
13.9	Berechnung von Wahrscheinlichkeiten	18 Std.
13.10	Unabhängigkeit von Ereignissen	6 Std.
13.11	Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsverteilung	18 Std.
13.12	Normalverteilung, Näherungsformel für die Binomialverteilung	19 Std.
13.13	Testen von Hypothesen	<u>18 Std.</u>
		231 Std.

LERNZIELE

LERNINHALTE

HINWEISE ZUM UNTERRICHT

Analysis

13.1 Umkehrfunktionen

13 Std.

Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten sich Kriterien für die Umkehrbarkeit einer Funktion sowie die Regeln für die Ableitung der Umkehrfunktion.

Zusammenhang zwischen Definitions- und Wertemenge bei Funktion und Umkehrfunktion
 Kriterien für die Umkehrbarkeit in einem Intervall
 Bestimmung des Funktionsterms der Umkehrfunktion
 Ableitung der Umkehrfunktion
 Anwendung auf die bisher bekannten Funktionstypen

„Umkehrregel“

13.2 Arcusfunktionen

25 Std.

Die Schülerinnen und Schüler lernen die Arcusfunktionen als Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen kennen. Sie erarbeiten Definitions- und Wertemengen und bestimmen Ableitungen von Arcusfunktionen. Sie gewinnen zunehmend Sicherheit bei der Berechnung der Ableitungen von Funktionen, die bei der Verknüpfung mit Arcusfunktionen entstehen. Durch Kurvendiskussionen lernen sie, mit besonderen Eigenschaften der Arcusfunktionen umzugehen.

Arcussinus-, Arcuscosinus- und Arcustangensfunktion

- Definitions- und Wertemengen
- Funktionsgraphen
- Beziehungen zwischen den Arcusfunktionen

Ableitung von $\arcsin(x)$, $\arccos(x)$ und $\arctan(x)$

Kurvendiskussion: Verknüpfungen von Arcusfunktionen mit bisher bekannten Funktionstypen

Zunächst werden grundlegende Eigenschaften der Sinus-, Kosinus- und Tangensfunktion wiederholt bzw. bereitgestellt.
 Bei der Bestimmung von Definitionsmengen ist auch die in vielen Fällen vorteilhafte grafische Lösungsmethode einzuüben.
 Nachweis der Beziehungen durch Betrachtungen am Einheitskreis (hier genügt die Beschränkung auf den ersten Quadranten) sowie mit Hilfe der Ableitungsfunktionen

13.3 Vertiefung des Integralbegriffs

10 Std.

<p>Die Methode, den Inhalt krummlinig begrenzter Flächenstücke durch eine Summe von Rechtecksflächen zu approximieren, zeigt den Schülerinnen und Schüler einen Zugang zum bestimmten Integral ohne Stammfunktion.</p> <p>Sie erarbeiten sich Eigenschaften von Integralfunktionen und machen sich über den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung mit dem Zusammenhang zwischen Integration und Differenziation vertraut.</p>	<p>Ober- und Untersumme</p> <ul style="list-style-type: none"> – zur Abschätzung – durch Grenzwertbildung zur exakten Berechnung <p>des Inhalts krummlinig begrenzter Flächen</p> <p>Bestimmtes Integral</p> <p>Integralfunktion</p> <p>Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung</p> <p>Uneigentliche Integrale 1. und 2. Art</p>	<p>Die entsprechenden Summenformeln für Potenzfunktionen können der Formelsammlung entnommen werden. Bei anderen Funktionstypen bietet sich der Einsatz des Computers an.</p>
13.4 Integrationsverfahren		18 Std.
<p>Die Schülerinnen und Schüler erkennen das Problem, zu vorgegebenen Funktionen Stammfunktionen zu finden. Sie lernen drei neue Verfahren kennen, die bei der Suche nach Stammfunktionen helfen.</p> <p>Durch viele Beispiele werden ihnen diese Verfahren vertraut und sie lernen, bei der Lösung selbstständig zu entscheiden, welches Verfahren bei einer vorgegebenen Funktion am geeignetsten zur Anwendung kommt.</p>	<p>Integrationsverfahren</p> <ul style="list-style-type: none"> – Integration durch Substitution – partielle Integration – Integration nach Partialbruchzerlegung 	<p>Bei der Integration durch Substitution sollen auch Beispiele behandelt werden, bei denen die quadratische Ergänzung benötigt wird.</p> <p>Bei der Partialbruchzerlegung sollen nur Nennerpolynome n-ten Grades verwendet werden, die in n verschiedene Linearfaktoren zerlegt werden können.</p>
13.5 Anwendung der Differenzial- und Integralrechnung		30 Std.

Als Fortführung und Ergänzung zu den Grundlagen der Analysis sollen die Schülerinnen und Schüler die bisher gelernten Funktionstypen einüben, erweitern und Anwendungsaufgaben lösen. Bei Extremwertaufgaben, der Diskussion von Funktionen und Funktionsscharen, bei der Berechnung von Flächeninhalten sowie der Volumenbestimmung von Rotationskörpern gewinnen sie Sicherheit im Umgang mit den Methoden der Analysis.

Kurvendiskussion von Funktionen und Funktionsscharen, die bei der Verknüpfung und Verkettung von

- rationalen Funktionen
- Wurzelfunktionen
- Betragsfunktionen
- trigonometrischen Funktionen
- Arcusfunktionen
- Exponentialfunktionen
- Logarithmusfunktionen

entstehen

Bei gebrochen-rationalen Funktionen können Zähler- und Nennergrad auch größer als 2 sein.

Es bietet sich der Einsatz eines Computer-Algebra-Systems mit seinen vielfältigen Möglichkeiten an.

Symmetrienachweis zu beliebigen Punkten bzw. senkrechten Geraden

Extremwertaufgaben

Gleichung und Definitionsmenge der Ortskurve besonderer Kurvenpunkte

Rauminhalte von Drehkörpern, die bei der Rotation um die x-Achse entstehen

Drehkörper, die durch Rotation um die y-Achse entstehen, werden mit Hilfe von Umkehrfunktionen in solche übergeführt, die durch Rotation um die x-Achse entstehen.

Anwendungsorientierte Aufgaben

13.6 Gewöhnliche Differenzialgleichungen

29 Std.

Die Schülerinnen und Schüler gelangen zur Einsicht, dass sich eine Vielzahl technischer, naturwissenschaftlicher und ma-

Ordnung einer Differenzialgleichung (DGL)

Beispiele von Differenzialgleichungen aus Na-

Beispiele: Ungedämpfte, gedämpfte und erzwungene

thematischer Probleme durch Differenzialgleichungen beschreiben lassen. Sie erlernen die dazugehörigen Definitionen und Fachbegriffe, sind in der Lage, verschiedene Typen von Differenzialgleichungen zu unterscheiden, und erlangen die Fähigkeit, bei einer linearen Differenzialgleichung 1. Ordnung die allgemeine Lösung zu finden bzw. Anfangswertprobleme zu lösen. Bei separierbaren Differenzialgleichungen erlangen sie die Fähigkeit, Anfangswertprobleme zu lösen.

turwissenschaften und Technik

Lineare Differenzialgleichungen:

$$y' + g(x) \cdot y = s(x)$$

Variation der Konstanten

Anfangs- und Randwertprobleme

Separierbare Differenzialgleichungen:

$$y' = g(x) \cdot h(y) \text{ mit } h(y) \neq 0$$

(nur Anfangswertprobleme)

Lösung durch Trennung der Variablen

Überprüfung von Lösungsansätzen auch mit Parametern

Schwingungen, Ein- und Ausschaltvorgänge bei Stromkreisen, radioaktiver Zerfall, Wachstumsprozesse etc.

Differenzialgleichungen, die durch Substitution auf lineare DGL oder auch separierbare DGL zurückgeführt werden können, brauchen nicht behandelt werden.

Neben dem Funktionsterm ist stets die maximale Definitionsmenge (Intervall) der Lösung zu bestimmen.

Hier genügt es, Differenzialgleichungen zu betrachten, die höchstens die Ordnung 2 besitzen.

Stochastik

13.7 Zufallsexperiment und Ereignis

15 Std.

Der Ergebnisraum wird von den Schülerinnen und Schülern als Möglichkeit erfahren, reale Situationen als Zufallsexperimente mathematisch zu beschreiben. Venn-Diagramme dienen dabei der Veranschaulichung. Problemstellungen, die in der Umgangssprache formuliert sind, können von den Schülerinnen und Schülern selbstständig in die Ereignissprache und in die formale Sprache der Mengenlehre übertragen werden.

Ergebnisraum Ω als Menge aller Ergebnisse ω eines Zufallsexperiments
 Ergebnisraum eines mehrstufigen Zufallsexperiments
 Baumdiagramm
 Ereignis als Teilmenge des Ergebnisraumes
 Venn-Diagramme
 Sicheres und unmögliches Ereignis
 Gegenereignis
 Verknüpfung von Ereignissen
 Gesetze von de Morgan
 Unvereinbarkeit von Ereignissen

Beschränkung auf endliche Ergebnisräume
 Vergrößerung und Verfeinerung von Ω
 Zufallsexperimente können auf das Urnenmodell zurückgeführt werden.

Verknüpfung und Unvereinbarkeit auf zwei Ereignisse beschränken

13.8 Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

12 Std.

Die Eigenschaften der relativen Häufigkeit werden anhand von Experimenten von den Schülerinnen und Schülern untersucht. Dadurch gelangen sie zu einer axiomatischen Festlegung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs. Ferner verstehen sie den Begriff der Wahrscheinlichkeit sowohl im statistischen als auch im axiomatischen Sinn.

Relative Häufigkeit eines Ereignisses
 Eigenschaften der relativen Häufigkeit
 Empirisches Gesetz der großen Zahlen
 Axiomensystem von Kolmogorow mit Folgerungen
 Satz von Sylvester für zwei Ereignisse
 Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten
 Wahrscheinlichkeitsverteilung

Zusammenhang zwischen relativer Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit aufzeigen
 Computereinsatz
 Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses

13.9 Berechnung von Wahrscheinlichkeiten

18 Std.

Durch systematisches Zählen erarbeiten sich die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe des Urnenmodells wichtige Ergebnisse aus der Kombinatorik. Sie gewinnen Sicherheit bei der Berechnung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten. Durch die Bernoulli-Kette erhalten sie ein aussagekräftiges Modell für viele reale Vorgänge. Bei der Untersuchung von Bernoulli-Ketten vertiefen sie ihre Kenntnisse aus Stochastik und Analysis.

Allgemeines Zählprinzip der Kombinatorik
Urnenmodell:
Ziehen mit Zurücklegen mit Beachtung der Reihenfolge
Ziehen ohne Zurücklegen mit Beachtung der Reihenfolge
Gleichzeitiges Ziehen mehrerer Kugeln
Fakultät, Binomialkoeffizient
Laplace-Experiment
Bernoulli-Experiment
Bernoulli-Kette
Verwendung eines Tafelwerks

Z. B. Zahlenlotto

Aufgaben mit und ohne Verwendung des Tafelwerks
Auch Berechnung der Kettenlänge

13.10 Unabhängigkeit von Ereignissen

6 Std.

Die Schülerinnen und Schüler lernen den Begriff der stochastischen Unabhängigkeit über die bedingte Wahrscheinlichkeit kennen. Um anwendungsbezogene Aufgaben zu lösen, lernen sie die Pfadregeln und die Vierfeldertafel kennen.

Bedingte Wahrscheinlichkeit $P_A(B)$
Pfadregeln
Vierfeldertafel
Stochastische Unabhängigkeit von zwei Ereignissen

Darstellung von Wahrscheinlichkeiten als Flächeninhalt

13.11 Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsverteilung

18 Std.

Die Schülerinnen und Schüler übertragen den Funktionsbegriff auf die Stochastik. Sie lernen, Zufallsgröße, Wahrscheinlichkeitsverteilung und kumulative Verteilung

Zufallsgröße, Zufallswert
Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße
– in Tabellenform

Auf den Begriff der Wahrscheinlichkeitsfunktion kann verzichtet werden.

lungsfunktion als Funktion darzustellen und auszuwerten. Beim Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen erkennen sie die Notwendigkeit für die Einführung der Maßzahlen Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung. Sie können Spielangebote vergleichen und beurteilen.

- in grafischer Darstellung, Histogramm u. a.
- Erwartungswert
- Varianz und Standardabweichung
- Verschiebungsformel
- Binomialverteilte Zufallsgröße und ihre charakteristischen Maßzahlen
- Kumulative Verteilungsfunktion
 - Eigenschaften
 - Graph
- Verwendung eines Tafelwerks

„fairer“ Spiel

Computereinsatz zur Erstellung und Veranschaulichung von Binomialverteilungen

13.12 Normalverteilung, Näherungsformel für die Binomialverteilung

19 Std.

Die Schülerinnen und Schüler erfahren, dass viele in der Natur vorkommende Größen normalverteilt vorliegen, und lernen, Wahrscheinlichkeiten bei stetigen Zufallsgrößen zu berechnen. Bei der Untersuchung von standardisierten Binomialverteilungen $B(n;p)$ bei festem p und wachsendem n erkennen sie die Annäherung der zugehörigen Histogramme an die Gauß-Kurve. Damit wird ihnen die lokale und die integrale Näherungsformel von Moivre-Laplace plausibel. Sie verstehen, dass mit den Näherungsformeln für die Binomialverteilung für große n und mit der Normalverteilung sich vielfältige Anwendungen in Naturwissenschaft und Technik beschreiben lassen.

- Stetige Zufallsgröße
- Standardisierung einer Zufallsgröße
- Standardnormalverteilung
- Lokale Näherungsformel
- Integrale Näherungsformel
- Verwendung eines Tafelwerks bei Anwendungsaufgaben

Die Eigenschaften der Glockenkurve von Gauß können in der Analysis erarbeitet werden.
Verteilungsfunktion als Integralfunktion darstellen

13.13 Testen von Hypothesen

18 Std.

An Beispielen erkennen die Schülerinnen und Schüler die Bedeutung von Testverfahren. Sie lernen, mit den Begriffen sicher umzugehen und werden durch ihre bisherigen Kenntnisse befähigt, Risiken abzuschätzen und die Irrtumswahrscheinlichkeit zu berechnen. Sie erkennen, dass der Ausgang des Tests von der Entscheidungsregel abhängt.

Ziel eines Hypothesentests
Stichprobe, Testgröße
Nullhypothese und Gegenhypothese
Entscheidungsregel
Ablehnungsbereich der Nullhypothese
Fehler 1. und 2. Art
Signifikanzniveau
Ein- und zweiseitiger Signifikanztest sowie
Alternativtest bei zugrunde liegender Binomialverteilung und Verwendung der Näherungsformel

Der Begriff der repräsentativen Stichprobe sollte exemplarisch erläutert werden.

Der Nichtablehnungsbereich wird auch als Annahmebereich bezeichnet.

Auf den Unterschied zwischen dem Signifikanzniveau α und der Irrtumswahrscheinlichkeit α' hinweisen

Praxisnahe Aufgaben heranziehen

ANLAGE

Mitglieder der Lehrplankommission:

Magnus Knobel	Wasserburg
Rudolf Marwitz	Amberg
Rüdiger Wienröder	Regensburg
Werner Maul	ISB, München
Jakob Maurer	ISB, München